

エージェントの学習率を考慮した商品取引モデルの構築

Products Trade MAS Model
in Consideration of the Learning Rates of Agents

小西孝史

KONISHI Takashi

1. はじめに

現代日本は、急速に格差社会としての性格を強めている。格差社会が引き起こす問題の一例として、ワーキングプア[1-3]が挙げられる。ワーキングプアとは、正社員並み、あるいは正社員として働いているにも関わらず、生活水準の維持が困難な労働者の社会層のことである。このような格差社会では、定職についても低所得しか得ることができない。これら格差社会の要因とされるものは、年齢[4-6]、性別[4,5,7]、教育[4,6,8-10]、地域[4,6,11-16]、個人差[4,8,17]などが挙げられる。本論文ではその中でも、教育と所得格差の関係に注目し、教育が所得格差にどのような影響を与えているかをマルチエージェントシミュレーション（以下MASと称す）を用い調査することを目的とした。MASとは、ある与えられた環境の中でエージェントと呼ばれる主体が相互に関係し合い、全体として社会におけるような秩序を作り出すことをコンピュータの中で実行させようとするものである。MASは、人工社会とも呼ばれる様に、非現実社会でありながら社会と密着しているところがある。したがって、社会現象を分析したり理解したりする方法として、市場[18-21]や社会[22-27]、経済

[28,29]、生態[30]などで発生する種々の事象を分析するために用いられている。

本論文では、エージェント間で商品の取引を行うことで、格差の大きさがどのように変化するのかを、MASを用いて調査する。2.ではエージェントの学習率を考慮した商品取引モデルについて説明する。3.ではエージェントの行動パラメータを設定するために調査したアンケートについて述べる。4.ではエージェントの学習率によって、格差がどのように変化するのかを調査するためのシミュレーション方法と結果について述べる。5.ではシミュレーション結果が示す現象を考察する。

2. 商品取引モデル

提案モデルでは、単価 p 円の商品 m 個と資金 c 円の資産を持つエージェントが n 人存在し、相場を基に閉鎖的な市場で商品取引を行うものとする。この取引を行うエージェントを、以下売買行動エージェントと称す。各売買行動エージェントは取引経験により商品価格を決定し、売り手の価格が買い手の価格より安い場合に商品取引が成立する。商品取引が成立した場合、相場 R 円よりも高く売れば売り手の取引経験値

が増加し、相場よりも安く買えれば買い手の取引経験値が増加する。各売買行動エージェントには、取引経験値の増加率を決定するパラメータとして学習率が割り当てられる。学習率が高い売買行動エージェントは取引経験値が増加しやすく、学習率が低い売買行動エージェントは取引経験値が増加しにくくなる。また、取引経験値が多いほど売買行動エージェントは、市場の相場を見極めやすく、取引経験が少ないほど相場を見極めにくいものとなる。

2.1. 商品取引ルール

商品取引ルールについて述べる。試行回数ごとに売買行動エージェントの中からランダムに売り手と買い手を選択する。売り手、買い手に選ばれなかった売買行動エージェントは、取引を行わないものとする。各売買行動エージェントの経験値によって決定された売り手の価格が買い手の希望価格より安い場合、商品取引が行われる。なお、売り手として選ばれた売買行動エージェントは、商品を所有している場合のみ売却行動を行い、買い手として選ばれた売買行動エージェントは資金を所有している場合のみ購入行動を行う。売買行動エージェントの資金・商品状態に準じた取引可否条件について表1に示す。

商品取引が成立した場合、商品が相場より高く売れば、売り手の取引経験値が上がり、商品が相場より安く買えば、買い手の取引経験値が上がる。取引経験値の増加量は売買行動エージェントの学習率によって異なる。商品取引の流れを図1のフローチャートに示す。

2.2. 売買行動ルール

売買行動エージェントの学習率を0.0~1.0の範囲で設定する。学習率が高いと取引経験値が増

表1 売買行動エージェントの状態と取引可否

売り手の商品	買い手の資金	取引成立 (可:○, 否:×)
有	有	○
有	無	×
無	有	×
無	無	×

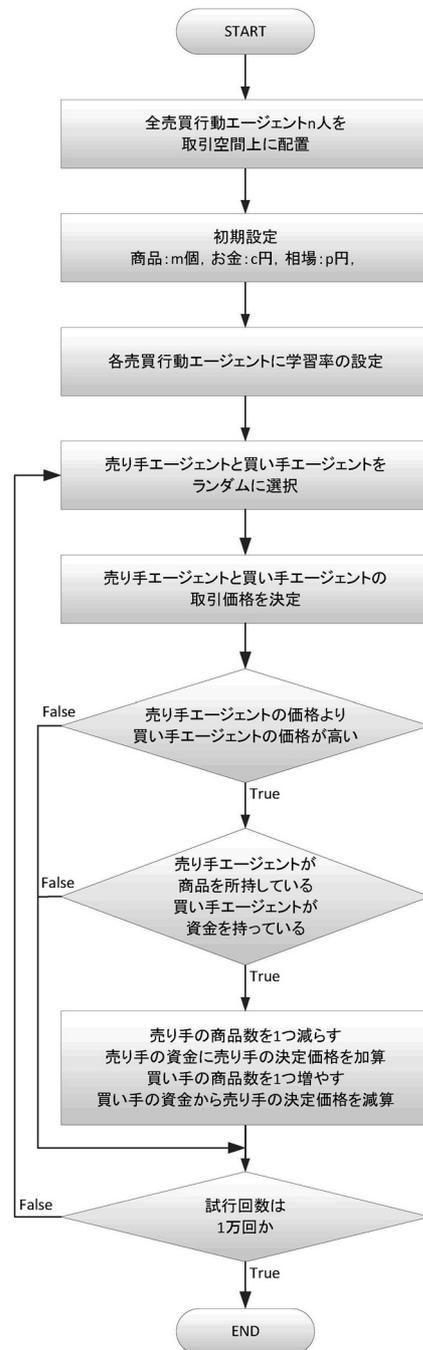


図1 商品取引の流れ

加しやすくなり、学習率が低いと取引経験値が増加しにくくなる。売買行動エージェントの取引経験値によって「売り・買い」の価格を商品相場の±10%を用いて決定する。売買行動エージェントの取引経験値が高い場合、相場を見極め易くなり予測相場価格帯の幅が狭まる。逆に取引経験値が低い場合は、相場を予測できにくくなり予測相場価格帯の幅が広がる。

2.3. 売買行動エージェントの取引空間

売買行動エージェントの取引空間はR円が相場の閉鎖的な市場である。つまり、空間全体における資産の増減は発生しない。図2は、シミュレーションの実行例（初期値： $p=140$ ， $m=100$ ， $n=100$ ， $c=14,000$ ，試行回数1万ステップ），及び売買行動エージェントの資産を表したものである。図2におけるx軸は売買行動エージェントが所有する商品の個数を示し、y軸は資金を示す。図中のプロットは売買行動エージェントの資産を示し、プロット上の値は売買行動エージェントの学習率を示す。

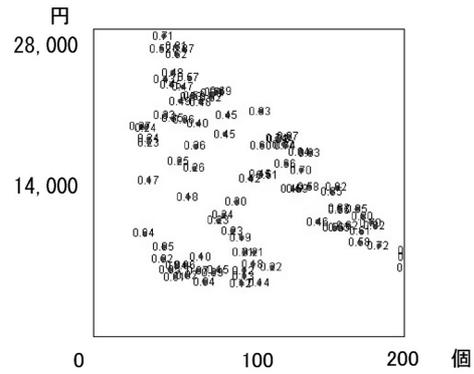


図2 売買行動エージェントの資産
(試行回数1万ステップ実行例)

3. アンケート調査

提案モデルにおける売買行動エージェントの予測相場幅を設定するために、富山短期大学経営情報学科2年生32名、及び1年生91名、計123名を対象にガソリン価格の予測を行うアンケート調査を行った。アンケートでは103名から有効回答を得た。

アンケート回答者全員の給油種類がレギュラーガソリンだったため、本モデルにおいてはレギュラーガソリンの予測価格幅に着目した。アンケート調査時（2011年11月14日～21日）のレギュラーガソリンの平均価格は139.8円であったため、本モデルの相場を140円と設定した。運転歴を運転しない人は0ヶ月とし、0～6ヶ月、

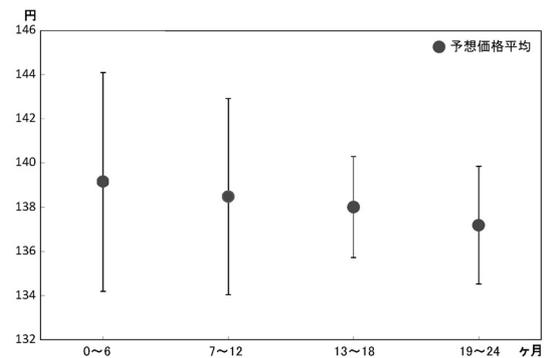


図3 運転歴におけるレギュラーガソリン
予測平均価格と標準偏差

7～12ヶ月、13～18ヶ月、19～24ヶ月の6ヶ月ごとにレギュラーガソリン予測相場価格の平均値と標準偏差を求めた。運転歴における平均予測相場価格のグラフを図3に示す。x軸は運転歴を示し、y軸はレギュラーガソリンの予測相場価格を示している。グラフ内のプロットは平均予測相場価格を示し、プロット上の縦バーは標準偏差を示している。また、提案モデルにおける資金は整数値のため、運転歴0～6ヶ月を標準偏差10、7～12ヶ月を4、13～18ヶ月を3、19～24ヶ月を3とする。

これらのアンケート結果を基に、売買行動エージェントの経験値における相場予想の幅を設定する。経験値を E_x とし、価格の誤差範囲を Err とする。経験値における売買行動エージェン

トの相場予測幅は以下の式（１）～（３）によって求める。

$0 \leq Ex < l$ のとき

$$Err = -\frac{(10-4)}{l} \times Ex + 10 \quad \dots(1)$$

$l \leq Ex < 2l$ のとき

$$Err = \frac{1}{l-2l} \times Ex + (4 - \frac{l}{l-2l}) \quad \dots(2)$$

$2l \leq Ex$ のとき

$$Err = 3 \quad \dots(3)$$

式（１）～（３）は、図４のように示される。式（１）～（３）によって求められた売買行動エージェントの価格の誤差範囲Errを用いて、経験値による売り、買いの予測相場幅を決定する。また、売り買いの価格を140円のうちの±20円を用いて決定する。ここで、売り手は経験値を積むほど相場140円よりも高く売ろうとする傾向がある。一方、買い手は経験値を積むほど相場140円より安く買おうとする傾向があることから、次の式（４）、（５）を用いて売り買いの価格を求める。

$$Sell = Int(NormInv(Rnd, 30 - \frac{(Err+10)}{2}, \frac{(Err+10)}{2})) \quad \dots(4)$$

$$Buy = Int(NormInv(Rnd, 10 + \frac{(Err+10)}{2}, \frac{(Err+10)}{2})) \quad \dots(5)$$

売り買いの価格は、NormInv関数を用いて求める。NormInv関数とは、一様乱数Rndの対応する確率で、指定した相加平均と標準偏差に対する正規累積分布関数の逆関数の値を返すものである。NormInv関数によって求められた値は実数値であるが、売り買いの価格として整数値にする必要がある。そのためInt関数を用いて、実数値の小数部分を切り捨て整数化する。

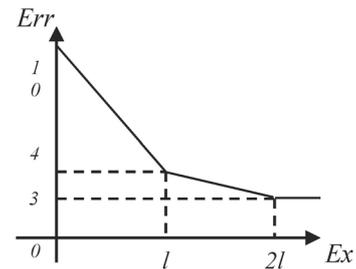


図４ 経験値による相場予想の幅

4. 提案モデルを用いたシミュレーション実験

学習率の違いにおける格差の進行度合いを調査するためにシミュレーション実験を行った。シミュレーションは以下の5つのパターンで行い、学習率の変化における、それぞれのジニ係数の平均値と標準偏差を調査した。なお、各売買行動エージェントの資産は以下の式（６）を用いて求める。ただし、資金をc、商品数をm、資産をPとする。

$$P = c + m \times 140 \quad \dots(6)$$

4.1. 全売買行動エージェントの学習率をランダムに振り分けた場合

4.1.1. シミュレーション方法

売買行動エージェントの取引空間は、相場140円の閉鎖的な市場とし、シミュレーション対象は売買行動エージェント100名とする。売買行動エージェントの学習率は、0.0～1.0の範囲で一様乱数を用いてランダムに設定する。シミュレーションでは試行回数1万ステップを1セットとして10セット実行し、試行回数1000ステップ毎の平均ジニ係数と標準偏差を調査する。

4.1.2. シミュレーション結果

シミュレーションの結果を図5に示す。x軸が試行回数を示し、y軸がジニ係数を示している。グラフ中のプロットは平均ジニ係数を示し、プロット上の縦バーは標準偏差を示している。このシミュレーションでは、試行回数を重ねていくにつれて、平均ジニ係数の値が増加し

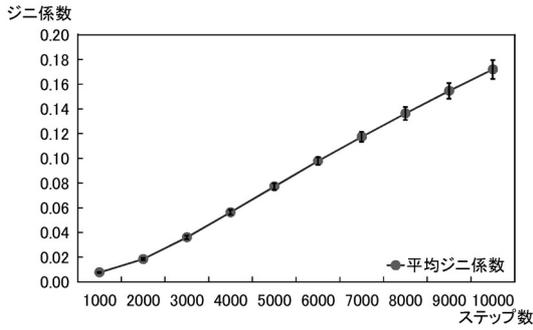


図5 全売買行動エージェントの学習率をランダムに振り分けた場合

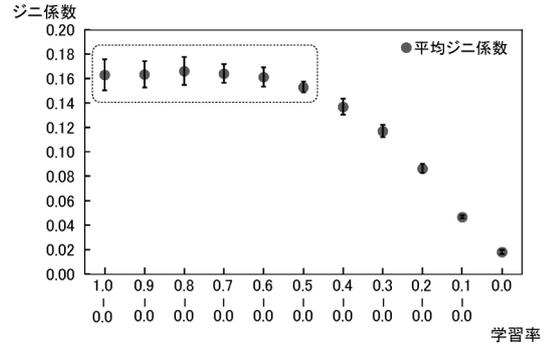


図8 売買行動エージェントの学習率を0.0に収束させる場合

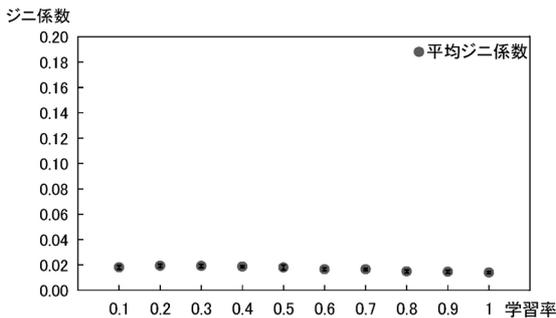


図6 全売買行動エージェントが同一の学習率を持つ場合

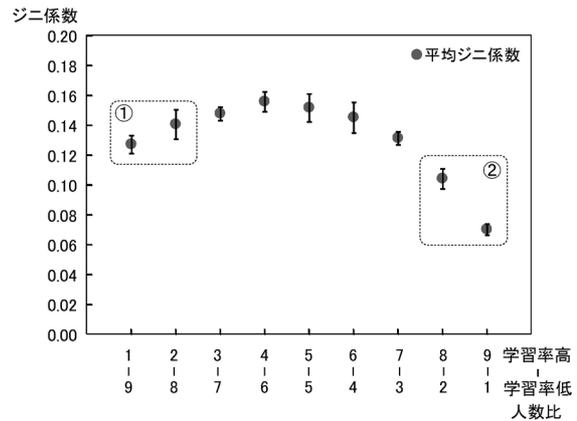


図9 売買行動エージェントの学習率を1.0に収束させる場合

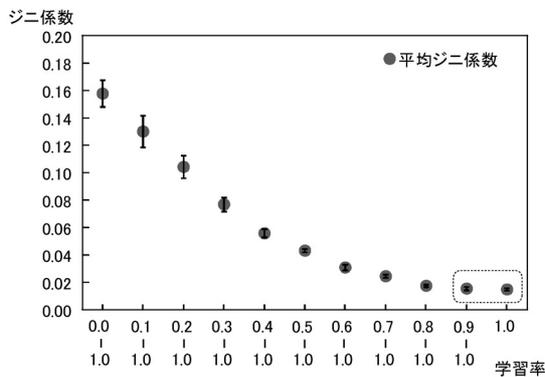


図7 売買行動エージェントの学習率を1.0に収束させる場合

ていくことが解る。

4.2. 全売買行動エージェントが同一の学習率を持つ場合

4.2.1. シミュレーション方法

売買行動エージェントの取引空間は、相場140円の閉鎖的な市場とし、シミュレーション対象は売買行動エージェント100名とする。取引空間内の全売買行動エージェントの学習率は同一の

設定である。シミュレーションでは試行回数1万ステップを1セットとして、10セット実行し、売買行動エージェントの学習率を0.1~1.0まで、0.1ずつ変化させながら、各学習率における平均ジニ係数と標準偏差を調査する。

4.2.2. シミュレーション結果

シミュレーションの結果を図6に示す。x軸が学習率を示し、y軸がジニ係数を示している。グラフ中のプロットは平均ジニ係数を示し、プロット上の縦バーは標準偏差を示している。

全ての組合せにおいて平均ジニ係数の比較をするため、帰無仮説を平均ジニ係数が等しいとして、t検定を行った。全ての組合せにおいて、有意水準5%で有意差が認められなかった。つまり、各学習率における平均ジニ係数の

差はないといえる。

4.3. 売買行動エージェントの学習率を

1.0に収束させる場合

4.3.1. シミュレーション方法

売買行動エージェントの取引空間は、相場140円の閉鎖的な市場とし、シミュレーション対象は売買行動エージェント100名とする。売買行動エージェントの学習率を0.0~1.0の範囲で0.0~1.0, 0.1~1.0, … 0.9~1.0, 1.0のように0.1ずつ1.0へ収束させながら、学習率の範囲の中から一様乱数を用いてランダムに学習率を設定する。シミュレーションでは試行回数1万ステップを1セットとして10セット実行し、各学習率の範囲における平均ジニ係数と標準偏差を調査する。

4.3.2. シミュレーション結果

シミュレーションの結果を図7に示す。x軸が学習率の幅を示し、y軸がジニ係数を示している。グラフ中のプロットは平均ジニ係数を示し、プロット上の縦バーは標準偏差を示している。このシミュレーションでは、学習率を1.0に収束させていくほど、ジニ係数は低い値へと収束していった。

全ての組合せにおいて帰無仮説を平均ジニ係数が等しいとして、t検定を行った。破線で囲まれている0.9~1.0と1.0の組合せにおいて、有意水準5%で有意差が認められなかった。つまり、破線内の平均ジニ係数には差がないといえる。これらのことから、売買行動エージェントにおける学習率の範囲が狭くなると、格差が生じにくくなるということがいえる。

4.4. 売買行動エージェントの学習率を

0.0に収束させる場合

4.4.1. シミュレーション方法

売買行動エージェントの取引空間は、相場140

円の閉鎖的な市場とし、シミュレーション対象は売買行動エージェント100名とする。売買行動エージェントの学習率を0.0~1.0の範囲で0.0~1.0, 0.0~0.9, … 0.0~0.1, 0.0のように0.1ずつ0.0へ収束させながら、学習率の範囲の中から一様乱数を用いてランダムに学習率を設定する。シミュレーションでは試行回数1万ステップを1セットとして10セット実行し、各学習率の範囲における平均ジニ係数と標準偏差を調査する。

4.4.2. シミュレーション結果

シミュレーションの結果を図8に示す。x軸が学習率の幅を示し、y軸がジニ係数を示している。グラフ中のプロットは平均ジニ係数を示し、プロット上の縦バーは標準偏差を示している。

このシミュレーションでは、学習率を0.0に収束させていくほど、ジニ係数は低い値へと収束していった。

全ての組合せにおいて、帰無仮説を平均ジニ係数が等しいとして、t検定を行った。破線で囲まれた1.0~0.0, 0.9~0.0, 0.8~0.0, 0.7~0.0, 0.6~0.0, 0.5~0.0の組合せにおいて、有意水準5%で有意差が認められなかった。つまり、破線内の平均ジニ係数には差がないといえる。これらのことから、学習率を0.0に収束させていくほど、格差は生じにくくなるが、破線の範囲の組み合わせでは格差が生じているといえる。

4.5. 学習率の高い売買行動エージェントと学習率の低い売買行動エージェントの割合を変化させる場合

4.5.1. シミュレーション方法

売買行動エージェントの取引空間は、相場140円の閉鎖的な市場とし、シミュレーション対象は売買行動エージェント100名とする。学習率の

高い売買行動エージェントの学習率は、平均値0.75と標準偏差0.1の正規乱数を用いて設定し、学習率の低い売買行動エージェントは、平均値0.25と標準偏差0.1の正規乱数を用いて設定する。シミュレーションでは試行回数は、各割合で1万回を1セットとして、10セット実行する。そして学習率の高い売買行動エージェントと学習率の低い売買行動エージェントの割合を1:9, 2:8, …, 8:2, 9:1というように変化させながら、各割合における平均ジニ係数と標準偏差を調査する。

4.5.2.シミュレーション結果

シミュレーションの結果を図9に示す。x軸が学習率の高い売買行動エージェントと学習率の低い売買行動エージェントの割合を示し、y軸がジニ係数を示している。グラフ中のプロットは平均ジニ係数を示し、プロット上の縦バーは標準偏差を示している。

全ての組合せにおいて、帰無仮説を平均ジニ係数が等しいとして、t検定を行った。図9における①と②の組合せにおいて、有意水準5%で有意差が認められた。つまり、1:9と9:1, 2:8と8:2の組み合わせにおいて平均ジニ係数には差があるといえる。また、①と②のジニ係数を比較すると、①の場合よりも、②の場合が低い値となっていることがわかる。

5. 考察

5.1. 全売買行動エージェントの学習率を

ランダムに振り分けた場合

本シミュレーションでは、試行回数を重ねていくにつれて、学習率が高い売買行動エージェントほど経験値が増加しやすい傾向があるため、取引が上手い売買行動エージェントとなる。また学習率が低い売買行動エージェントほど経験値が増加しにくくなることから、取引が

下手な売買行動エージェントとなる。このことから、経験値を積んで取引が上手くなっていく売買行動エージェントと、経験値が積みにくく取引が下手な売買行動エージェントとの資産の差が広がっていくため、試行回数を重ねるにつれて格差が広がっていくと考えられる。

5.2. 全売買行動エージェントが同一の学習率を持つ場合

本シミュレーションでは、全売買行動エージェントの学習率が同一のため、同じような取引しか行わないと考えられる。学習率の高い売買行動エージェントの集団の特徴として、予測相場の幅が狭く、売り手と買い手が納得する取引しかしないため取引回数が少ない。一方、学習率の低い売買行動エージェントの集団の特徴は、予測相場の幅が広く、取引回数は多いが売り手としても買い手としても同じ割合で損をし、得をする。このことから、どの学習率においても格差が生じにくい結果になったと考えられる。

5.3. 売買行動エージェントの学習率を

1.0又は0.0に収束させる場合

全売買行動エージェントの学習率が同一の場合のシミュレーション結果から、学習率が同一であると格差が生じにくいということがわかった。これらのことから、売買行動エージェントの学習率を1.0又は0.0に収束させる場合であるシミュレーションでは、学習率を収束させていくほど格差が生まれにくくなると予想される。この予想通り、売買行動エージェントの学習率を1.0に収束させる場合と、売買行動エージェントの学習率を0.0に収束させる場合のどちらのシミュレーションにおいても、学習率を収束させていくほど格差が生じにくくなった。

しかし、対照的な両シミュレーションを比較すると、売買行動エージェントの学習率を0.0に収束させる場合に対して売買行動エージェントの学習率を1.0に収束させる場合の方が、学習率を収束させていくにつれて格差は生まれにくくなっていることがわかる。売買行動エージェントの学習率を1.0に収束させる場合では、学習率の高い売買行動エージェント、つまり経験値を積みやすい売買行動エージェントが多くなり、売り手も買い手も納得のいく取引しかないため、取引回数が少なくなってしまう。そのため、格差が生じにくくなっていると考えられる。一方、売買行動エージェントの学習率を0.0に収束させる場合では、学習率の低い売買行動エージェント、つまり経験値を積みにくい売買行動エージェントが多くなり、無条件に取引をしてしまうため、取引回数は多くなる。また、学習率の低い売買行動エージェントが多くなっていく中、その中でも学習率の高い売買行動エージェントが、学習率の低い売買行動エージェントとの取引を頻繁に行うことが可能なため、破線の範囲では格差が生じやすくなると考えられる。これらのことから、本モデルにおいては、学習率が低い売買行動エージェントの集団よりも学習率が高い売買行動エージェントの集団の方が格差は生じにくいと考えられる。

5.4. 学習率の高い売買行動エージェントと学習率の低い売買行動エージェントの割合を変化させる場合

本シミュレーションでは、学習率の高い売買行動エージェントと学習率の低い売買行動エージェントの割合を逆転させても近似した値のジニ係数が出力されるのではないかと予想した。しかし、①の場合よりも、②の学習率が高い売買行動エージェントの割合が多い方がジニ係数

の値は低くなっている(図9)。学習率が低い売買行動エージェントの割合が多い場合は、少数の学習率の高い売買行動エージェントが、無条件に取引する学習率の低い売買行動エージェントをターゲットに取引を行う傾向があるため、取引は成立しやすく格差が生じやすくなっていると考えられる。学習率が高い売買行動エージェントの割合が多い場合は、取引のターゲットとなる学習率の低い売買行動エージェントが少なくなり、学習率の高い売買行動エージェント間で取引が行われにくい傾向があるため、格差が生じにくくなったと考えられる。これらのことから、学習率が高い売買行動エージェントの割合が多い場合は、格差が生まれにくいということがいえる。

5.5. 5つのシミュレーションにおける考察

これらの5つのシミュレーションから、学習率の低い売買行動エージェントが多いと格差が生じやすいことが解る。また、学習率の高い売買行動エージェントが多いほど、格差が生じにくいということが示された。つまり、売買行動エージェント全体の学習率が高ければ格差は生じにくい。これらのことから、現実社会においても教育の質を向上させることで格差社会が起りにくくなると考えられる。

6. 終わりに

本論文では、MASを用いたエージェントの学習率を考慮した商品取引モデルを構築した。構築したモデルを用いて、売買行動エージェントの学習率を変化させながら5つのシミュレーションを行った。シミュレーション結果から学習率の違いによって格差が生じることを統計的に示し、全体の教育レベルを上げることで格差をより小さくすることができることを示唆し

た。

今後の課題として、取引モデルにおける相場変動やエージェントの経験値の積み方の変更が挙げられる。本モデルでは相場140円が固定された閉鎖的な市場での商品取引であったが、相場変動の影響についても考慮する必要がある。また、相場より高く売れた場合、売りの経験値が上がり、相場より安く買えた場合、買いの経験値が上がるという行動ルールを用いているため、どれだけ高く売れたか、どれだけ安く買えたかの度合いで経験値の積み方を変化させシミュレーションを行う必要があると考えられる。そして、本モデルにおける売買行動エージェントの行動ルールを基に、被験者を用いた検証実験を行いたい。

謝辞

本研究を進めるにあたり、貴重なご意見ご協力を賜りました、富山短期大学経営情報学科古野 文菜氏、杉本 里奈氏、中村 はるか氏、原島 由佳氏に深謝いたします。

参考文献

- [1] 五石敬路，“現代の貧困 ワーキングプア 雇用と福祉の連携”，日本経済新聞出版社，2011.
- [2] NHKスペシャル『ワーキングプア』取材班，“ワーキングプア 日本を蝕む病”，ポプラ社，2007.
- [3] 大沢真知子，“日本型ワーキングプアの本質－多様性を包み込み活かす社会へ”，岩波書店，2010.
- [4] 伊藤元重，“リーディングス 格差を考える”，日本経済新聞出版社，2008.
- [5] 神野直彦，宮本太郎，“脱「格差社会」への戦略”，岩波書店，2007.
- [6] 上村敏之，田中宏樹，“検証 格差社会”，日本経済新聞出版社，2008
- [7] 大沢真知子，“日本型ワーキングプアの本質－多様性を包み込み活かす社会へ”，岩波書店，2010.
- [8] 岩井浩，福島利夫，菊池進，藤江昌嗣，“格差社会の統計分析”，北海道大学出版会，2009.
- [9] 森岡孝二，“格差社会の構造 グローバル資本主義の断層”，桜井書店，2007.
- [10] 宮島洋／連合総合生活開発所，“日本の所得分配と格差”，東洋経済新報社，2002.
- [11] 寺岡寛，今井貴，“学歴の経済社会学－それでも若者は出世をめざすべきか”，信山社出版，2009.
- [12] 佐々木賢，“教育と格差社会”，青土社，2007.
- [13] 吉川徹，“学歴分断社会”，筑摩書房，2009.
- [14] 橋木俊詔，松浦司，“学歴格差の経済学”，勁草書房，2009.
- [15] 橋木俊詔，八木匡著，“教育と格差－なぜ人はブランド校を目指すのか”，株式会社日本評論社，2009.
- [16] 全国民主主義教育研究所，“格差社会と若者の未来”，同時代社，2007.
- [17] 浜田宏，“格差のメカニズム 数理社会的アプローチ”，勁草書房，2007.
- [18] 和泉 潔，“人工市場：市場分析への複雑系アプローチ”，森北出版，2003.
- [19] 柴田淳子，奥原浩之，片桐英樹，坂和正敏，“人工株式市場における取引者が利用する情報の不確かさの相違が取引に与える影響”，信学論（A），vol.J86-A，no.12，pp.1464-1471，Dec.2003.

- [20] 寺野隆雄, “U-Mart仮想市場”, 計測と制御, vol.34, no.8, pp.606-612, 2004.
- [21] 高橋大志, 寺野隆雄, “エージェントモデルによる金融市場のミクロマクロ構造の解析: リスクマネジメントと資産価格変動”, 信学論 (D-I), vol.J86-D-I, no.8, pp.618-628, Aug.2003.
- [22] 藤田幸久, 仲瀬明彦, 中山康子, 鳥海不二男, 岩井健一郎, “組織社会における知識継承のモデル化”, 信学論 (D), vol.J90-D, no.1, pp.52-61, Jan.2007.
- [23] 中井 豊, 武藤正義, “友人選択的利他戦略による平和状態の進化シミュレーション”, 社会情報学研究, vol9, no.2, pp.59-71, 2005.
- [24] R.Axelrod, “The Dissemination of Culture: A Model with Local Convergence and Global”, J.Conflict Resolution, vol.41, pp.203-226, 1997.
- [25] 河根拓文, 村重 淳, 合原一幸, “2次元しきい値分布を利用した流行現象の数理モデルとその解析”, 信学論 (A), vol.J83-A, no.3, pp.284-293, March 2000.
- [26] 前田義信, 今井博英, “群集化交友集団のいじめに関するエージェントベースモデル”, 信学論 (A), vol.J88-A, no.6, pp.722-729, June 2005.
- [27] 鳥海不二夫, 石井健一郎, “学級集団形成における教師による介入の効果”, 信学論 (D), vol.J90-D, No.9, pp.2456-2464, June 2007.
- [28] P.Krugman, 北村幸伸, 妹尾美起 (訳), “自己組織化の経済学”, 東洋経済新報社, 1997.
- [29] A.Yasutomi, “The emergence and collapse of money”, Physica D: Nonlinear Phenomena, Volume 82, Issues1-2, pp.180-194, 1995.
- [30] 科学シミュレーション研究会, “パソコンで見る生物進化”, 講談社, 2000.
(平成24年10月31日受付、平成24年11月19日受理)